

# Zadanie celoštátneho kola súťaže ZENIT v programovaní

Kategória A a B, 22.02.2023

V prípade nejasností konzultujte záložku **Pomoc** na stránke [zenit.ksp.sk](http://zenit.ksp.sk), alebo sa spýtajte organizátorov. Úlohy sú hodnotené úplne nezávisle a samostatne, takže ich môžete riešiť v ľubovoľnom poradí. Časový limit označuje, koľko času dostane váš program pri testovaní na našom serveri (nie na vašom lokálnom počítači). Počas súťaže môžete nájsť zadania aj na webstránke. Ak by sa papierové a tlačené zadania v nejakom detaile (napríklad časovom limite) nezhodovali, tak pravdu majú zadania na **webstránke**.

## A: Aspoň títo prišli na stretnutie

10 bodov

Môžeš nám pomôcť s vyberacím stretnutím na Zenit?

Vyberanie je činnosť veľmi náročná, človek sa pri nej dosť zapotí a vedúci by určite ocenili, keby im niekto nosil nápoje.

Na začiatku aj zakričali, ktoré nápoje sú ich obľúbené. Akurát si nepamätáš, ktorý nápoj patrí komu.

Našťastie sú na stretnutí vedúci len traja: 'David', 'Janka' a 'Hodobox'.

Taktiež vieš, že obľúbené nápoje sú 'voda', 'kofola' a 'vinea'.

Tvojou úlohou bude každému vedúcemu doniesť jeho obľúbený nápoj.

### Úloha

Pre každého vedúceho dones jeho najobľúbenejší nápoj.

### Vstup a Výstup

Na prvom a jedinom riadku vstupu je napísané meno jedného z troch vedúcich.

Na výstup vypíše jeho obľúbený nápoj.

### Príklady

vstup

Jozko

výstup

ananasovy dzus

*Keby Jozko nebol lenivý a chodil na vyberacie stretnutia, doniesol by si mu ananasovy dzus.*

## B: Bojíme sa proofreadu

15 bodov

Prípravy Zenitu boli v plnom prúde, zadania sa začali objavovať na gite, aby ale boli úplne dokonalé, bolo ich treba sproofreadovať.

Preto Hodobox urobil rozpis, ktorý vedúci bude proofreadovať prácu ktorého vedúceho.

Problém ale vznikol o chvíľu. Keďže Hodoboxovi veľmi záleží na duševnom zdraví a psychohygiene vedúcich, chcel by vedieť, či existujú ľudia, ktorí nie len úlohy proofreadujú, ale aj im niekto proofreaduje ich prácu.

### Úloha

Vašou úlohou je povedať, či existuje aspoň jeden vedúci, ktorý nie len úlohy proofreaduje, ale zároveň aj je proofreadovaný.

### Vstup a Výstup

Na prvom riadku sa nachádza jediné číslo  $t$  – počet testovacích sád, na ktorých bude váš program testovaný. Nasleduje  $t$  vstupov, kde každý má takýto formát:

Vstup začína dvojicou medzerou oddelených čísel  $n, p$  – počet vedúcich a počet dvojíc vedúcich, kde prvý z dvojice proofreaduje prácu druhého.

Nasleduje  $p$  riadkov, kde každý riadok obsahuje dvojicu čísel  $a, b$  kde  $0 \leq a, b < n$  a  $a \neq b$ , ktorá znamená, že vedúci  $a$  kontroluje prácu vedúceho  $b$ .

Na výstup vypíše **Proofreaderi su proofreadovani** ak existuje nejaký vedúci, ktorý nie len proofreaduje, ale aj je proofreadovaný. Ak taký vedúci neexistuje, vypíše **Proofreaderi proofreaduju**.

Platí  $0 \leq p \leq n$ .

V prvej sade  $t \leq 10$  a  $n \leq 1000$ .

V druhej sade  $t \leq 5$ ,  $n \leq 100,000$  a súčet  $p \leq 100,000$ .

### Príklady

vstup

```
1
4 3
1 2
0 3
1 3
```

výstup

```
Proofreaderi proofreaduju
```

*Proofreadovaní sú vedúci 2 a 3, zatiaľ čo proofreadujú vedúci 0 a 1.*

vstup

```
1
4 3
1 2
3 2
2 1
```

výstup

```
Proofreaderi su proofreadovani
```

*V tomto prípade sú proofreadovaní vedúci 1 a 2, zatiaľ čo proofreadujú vedúci 1, 2 a 3 takže vedúci 1 aj proofreaduje a aj je proofreadovaný.*

## C: Cesty sú deravé aj steny sú deravé

20 bodov

Vrávi sa, že objekty v spätnom zrkadle sú bližšie, než sa zdá. Janka však neverí veciam, ktoré sa len tak hovoria, ak nie je k informácii uvedený zdroj. Nacúvala preto nedávno do susedovho plotu a spravila v ňom niekoľko dier. Čaká ju teraz brigáda a plot musí opraviť.

Diery chcela pôvodne opraviť s použitím horizontálnych lát, no práve prišla do obchodu a povedali jej, že na sklade majú laty len vertikálne. Janka je taktiež chudobný študent a preto chce kúpiť lát čo najmenej. Netrúfa si však žiadnu latu rozdeľovať na menšie.

Možete Janke pomôcť a povedať jej, koľko vertikálnych lát jednotlivých dĺžok potrebuje, aby mohla plot opraviť?

### Úloha

Vypíšte počty jednotlivých dĺžok vertikálnych lát, ktoré treba na opravenie plotu. Počet lát treba minimalizovať.

### Vstup a Výstup

Na prvom riadku sa nachádzajú dve čísla  $n$  a  $m$  – výška a dĺžka zrazeného plotu. Nasleduje  $n$  stringov dĺžky  $m$  pozostávajúcich zo znakov “0” a “1”. Znak “0” reprezentuje dieru a znak “1” hovorí, že na danom mieste je plot nepoškodený.

Na výstup vypíšte vo vzostupnom poradí dĺžku laty a počet lát danej dĺžky, ktoré potrebujeme, oddelené medzerou.

V prvej sade  $1 \leq n, m \leq 100$ . V druhej  $1 \leq n, m \leq 1000$ .

### Príklady

vstup

```
5 5
10010
10000
00110
10000
01000
```

výstup

```
1 3
2 3
4 1
5 1
```

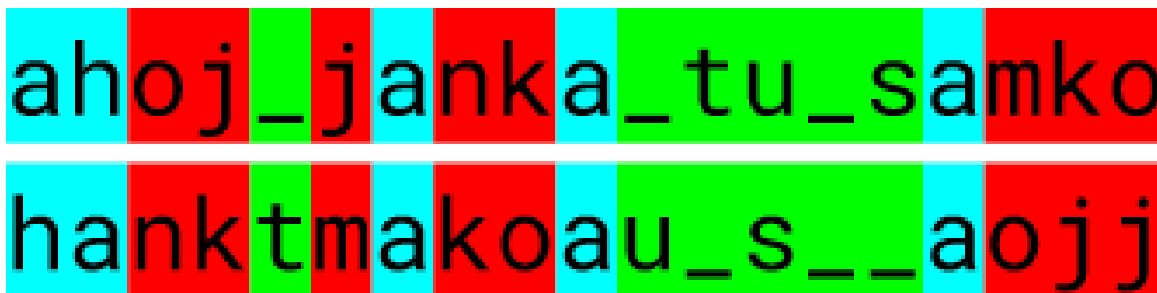
*Na opravu Janka potreje nasledujúce vertikálne laty: 3 laty dĺžky 1, 3 laty dĺžky 2, 1 latu dĺžky 4, 1 latu dĺžky 5.*

## D: Dobrá šifra

25 bodov

Samko a Janka majú v škole zakázané mobily a tak si začali posilať namiesto správ lístočky. Rýchlo prišli na to, že im lístočky spolužiaci čítajú, a tiež že všetky štandardné šifry poznajú. Samko teda vymyslel nasledovné šifrovanie: Abecedu rozdelil na 3 časti, a-i, j-r, s-z, pričom do poslednej patrí aj medzera. S jankou si vždy ráno dohodol 3 čísla, povedzme 1, 3, 2. Následne si písmená v texte ktoré patria do jednotlivých skupiny farebne označil, a vypísal. Ak bol text `ahoj_janka_tu_samko` vypísal si teda `ahaaa` z prvej skupiny, `ojjnmko` z druhej a `_tu_s` z tretej. Potom každú skupinu "zrotoval" o niekoľko miest doľava, podľa dohodnutých čísel, teda o 1, 3 a 2 pozície: `haaaa`, `nkmkoojj`, `tu_s_`.

Posledný krok je, že takto posunuté písmenká napísal naspäť na farebne vyznačené miesta, ale v novom poradí. Dostal teda zašifrovaný text `hanktmakoau_s__aojj`



### Úloha

Na vstupe dostanete 3 dohodnuté čísla a zašifrovaný text. Pomôžte Janke tento text odšifrovať.

### Vstup a Výstup

Na prvom riadku sa nachádzajú tri medzerou oddelené čísla  $x_1, x_2, x_3$  – dohodnuté posuny jednotlivých skupín. Na druhom riadku sa nachádza zašifrovaný text ktorý sa skladá z malých písmen anglickej abecedy a \_ ktoré reprezentujú medzery.

Na výstup vypíšete odšifrovaný text v rovnakom formáte.

Čísla na vstupe nepresiahnu 100 a dĺžka textu nepresiahne 100 znakov.

### Príklady

vstup	výstup
<pre>1 3 2 hanktmakoau_s__aojj</pre>	<pre>ahoj_janka_tu_samko</pre>

*Tento vstup je vysvetlený v zadaní.*

vstup	výstup
<pre>0 0 0 dnes_nic_nesiftujeme</pre>	<pre>dnes_nic_nesiftujeme</pre>

vstup	výstup
<pre>4 5 6 edaabec</pre>	<pre>abeceda</pre>

*Všetky písmená sú z prvej skupiny.*

## E: Extrémne umenie

30 bodov

René si rád kreslí a jedného dňa sa rozhodol, že vyskúša kresliť v novom umeleckom smere, *trojuholníkoizme*. *Trojuholníkoizmus* je vysoko abstraktné umenie a kresby sa skladajú len z bodov, ktoré navyše musia byť umiestnené v presnej mriežke. To však nie je všetko. Cieľom tohto smeru je pomocou bodov vytvoriť pravouhlé trojuholníky a rátajú sa len tie, ktoré majú odvesny rovnobežné so súradnicovými osami.

Tieto trojuholníky tam, samozrejme, nie sú zakreslené a skúsený umelecký kritik si ich musí vedieť predstaviť. René je však ešte len začiatočník a občas sa v tých trojuholníkoch stratí. Rád by vedel, koľko trojuholníkov sa nachádza v jeho obraze, aby si vedel overiť, či našiel všetky.

### Úloha

Daných je  $n$  bodov v mriežke. Napíšte program, ktorý spočíta, koľkými spôsobmi vieme vybrať tri body tak, aby tvorili pravouhlý trojuholník s odvesnami, ktoré sú rovnobežné so súradnicovými osami.

### Vstup a Výstup

Prvý riadok vstupu obsahuje celé číslo  $n$  – počet bodov ( $3 \leq n \leq 100\,000$ ). Nasledujúcich  $n$  riadkov obsahuje celé čísla  $x_i, y_i$  ( $1 \leq x_i, y_i \leq 100\,000$ ) udávajúce súradnice  $i$ -teho bodu. Všetky body sú navzájom rôzne.

Vypíšte jedno číslo – počet trojuholníkov.

### Príklad

vstup	výstup
6 10 10 20 10 10 20 20 20 30 20 30 30	8

## F: Famózne mosty

40 bodov

Jazerbajdžan je netypická krajina. Bežná krajina sa skladá prevažne zo súše a sem-tam nejakej vodnej plochy. V Jazerbajdžane je to presne naopak: Celá krajina je jedno veľké jazero s kopou ostrovov.

Voľakedy dávno napadlo jednému nemenovanému architektovi, že ostrovy pospája mostami. Nanešťastie sa predtým, ako začal navrhovať, najedol hubovej praženice.<sup>1</sup> No a pod jej vplyvom si vymyslel dve zásady:

- každým mostom sa bude dať prejsť len v jednom smere,
- z každého ostrova povedie smerom von práve jeden most.

A tak sa stalo, že ak sa niekto vyberie z ostrova preč, nemusí sa vedieť naň vrátiť späť.

### Úloha

Monika sa rozhodla, že sa na niektorý z ostrovčekov presťahuje, pretože sa v Jazerbajdžane neplatia dane.<sup>2</sup> Chce si však vybrať taký ostrov, na ktorý by sa po odchode z neho vrátiť vedela. Koľko možných ostrovov má na výber?

### Vstup a Výstup

Prvý riadok obsahuje číslo  $n$  ( $2 \leq n \leq 1\,000\,000$ ) – počet ostrovov.

Druhý riadok obsahuje  $n$  čísel  $a_1, a_2, \dots, a_n$  oddelených medzerami ( $1 \leq a_i \leq n, a_i \neq i$ ). Z ostrova  $i$  vedie most na ostrov  $a_i$ .

Vypíšte jedno číslo – počet ostrovov vhodných pre Moniku.

### Príklad

vstup	výstup
4 2 3 2 3	2

Monike vyhovujú iba ostrovy 2 a 3.

<sup>1</sup>To samotné by nebolo až tak nešťastné, keby tie huby neboli značne halucinogénne.

<sup>2</sup>Vybieračov daní znechutil fakt, že sa možno nevedia dostať na každý z ostrovov, tak to radšej vzdali.

## G: Gól práve strelil. . .

45 bodov

Slovakistan žije futbalom! Má dve populárne mužstvá - KSP (Kopeme Silno, Pezinok) a FKS (Futbaloví Králi, Senec).

Nanešťastie po výstavbe nových športových hál, zavlažení trávnikov, a zainvestovaní do cibuliek tulipánov nezostalo klubom práve veľa peňazí na nakúpenie nových dresov.

Rozhodli sa, že dresy teda nakúpia spolu. Problém s tým že jeden dres budú nosiť dvaja futbalisti je však ten, že na drese má byť okrem čísla napísaná (časť) futbalistovho mena. Presnejšie, futbalistov dres musí mať na sebe prefix jeho mena (možno úplný, možno prázdny).

Na dresoch teda musia byť také mená, že si každý hráč KSP vie obliecť dres s vyhovujúcim nápisom, a následne si vie aj každý hráč FKS obliecť dres s vyhovujúcim nápisom.

Samozrejme, mohli na každý dres vytlačiť len číslo a prázdny reťazec, ktorý je vyhovujúci prefix každého mena. Ale na to sa fanúšikom aj komentátorom horšie pozerá, lebo sa im hráči ťažšie rozlišujú.

Pomôžte Slovakistanskému futbalu, a navrhňte takú sadu dresov, aby súčet dĺžok nápisov na nich bol čo najväčší.

### Úloha

Oba tímy pozostávajú z  $N$  hráčov. Každý hráč má meno - neprázdny reťazec veľkých písmen anglickej abecedy.

Hráč si môže obliecť dres vtedy, ak je na ňom napísaný prefix jeho mena. Dĺžka nápisu je počet znakov v ňom.

Zistite, aký najväčší súčet dĺžok nápisov môže byť na dresoch tak, aby si celé mužstvo KSP vedelo obliecť dresy, a neskôr celé mužstvo FKS tiež.

### Vstup a Výstup

V prvom riadku je číslo  $N$  - počet hráčov v oboch mužstvách.

V druhom riadku je  $N$  neprázdnych reťazcov veľkých písmen anglickej abecedy - mená hráčov KSP. V treťom riadku sú v rovnakom formáte mená hráčov FKS.

Vypíšte jedno číslo - najväčší súčet dĺžok nápisov na dresoch, aby si ich vedeli obliecť obe mužstvá.

V prvej sade  $N \leq 50$  a dĺžky mien sú do 50. V druhej sade  $N \leq 200$  a dĺžky mien sú do 500. V tretej  $N \leq 10^5$ , súčet dĺžok všetkých mien na vstupe nepresiahne 600 000, a žiadne meno nebude mať viac ako 100 znakov.

### Príklady

vstup

```
3
KOVAC BOROVIKA DOBEHOL
DOHRAL KOVACIC LEMUR
```

výstup

```
7
```

*Môžeme vyrobiť dresy s nápismi "KOVAC", "DO", (prázdny reťazec). Z tímu KSP si KOVAC oblečie dres "KOVAC", BOROVIKA „“, a DOBEHOL "DO". FKSáci zas vedia priradiť DOHRALovi "DO", KOVACI-Covi "KOVAC“, a LEMURovi ”". Dokopy majú nápisy 7 znakov, a lepšie to nejde.*

vstup

```
2
ABRAKA ABKRABA
ABRYBU ABKRAVU
```

výstup

```
8
```

*"ABR" a "ABKRA"*

## H: Hranolky na MatFyze sú z nich

50 bodov

Byť programátorom môže byť ťažké. Stále niečo nefunguje, zabíjate hodiny nad nepochopiteľnými chybovými hláškami, na jedinej relevantnej stack overflow otázke autor odpovedá len 'už som to nejak vyriešil'.

Preto sa Dávid stal farmárom. Byť farmárom je jednoduché. Zakopete zemiak, a neskôr vykopete viac zemiakov. O to jednoduchšie to pre Dávida je, že si zo svojho kódu pripravil inovatívne hnojivo, vďaka ktorému sa zemiaky rozmnožia už za jednu noc.

Presnejšie, každý zemiak sa za noc rozmnoží na  $Z$  zemiakov, a ďalšiu noc sa z každého z nich znova stane  $Z$  zemiakov, a tak ďalej.

Dávid je navyše jasnovid, a tak vie že ak by takto produkoval zemiaky príliš dlho, bolo by to podozrivé. Preto chce predávať zemiaky len  $N$  dní, a aby nezanechal žiadne stopy, tak chce aby mu po nich neostali žiadne zemiaky.

Dávid má navyše rád rutinu. Preto by chcel každé ráno vykopať a predať nejaký rovnaký počet zemiakov,  $P$ ; na presnej hodnote mu nezáleží, len aby to bolo konzistentné.

Dávid je navyše lenivý, a nechce sa mu sadiť veľa zemiakov. Preto ich bude sadiť iba raz, a aj vtedy chce aby počet zemiakov ktoré zasadí,  $S$ , bolo čo najmenšie.

Dávid navyše pripravuje úlohy do zenitu, a tak nájdenie vhodných čísel  $P$  a  $S$  nechá na vás.

## Úloha

Dané sú celé čísla  $Z$  a  $N$  - ako sa zemiaky rozmnožujú, a koľko dní chce Dávid predávať zemiaky. Dávid chce večer zasadiť nejaký čo najmenší počet zemiakov  $S$ . Musí pritom platiť, že ak sa z každého zemiaku cez noc stane  $Z$  zemiakov, a každé ráno Dávid presne  $P$  z nich vykope a predá, tak to bude môcť robiť  $N$  dní, po ktorých mu neostanú žiadne zemiaky.

Nájdite čísla  $S$  a  $P$ , pre ktoré sa mu to podarí. Ak existuje viacero riešení, vypíšte to s najmenším  $S$ .

## Vstup a Výstup

V prvom riadku je celé číslo  $T$  - počet alternatívnych realít, v ktorých Dávid pestuje zemiaky.

V každom z ďalších  $T$  riadkov sú dve čísla  $Z$  a  $N$  - ako sa zemiaky rozmnožujú, a koľko dní chce Dávid predávať zemiaky.

Pre každé  $N$  a  $Z$  vypíšte čo najmenšie  $S$  a k nemu korešpondujúce  $P$ , tak, aby vedel Dávid zasadiť  $S$  zemiakov, a  $N$  krát nechať zemiaky sa rozmnožiť a následne  $P$  z nich vykopať a predať, pričom po  $N$  dňoch bude mať nula zemiakov.

Keďže tieto čísla môžu byť veľké, stačí ak ich vypíšete modulo  $10^9 + 7$ .

Platí  $1 \leq T \leq 1000$ .

V prvej sade  $2 \leq Z \leq 100$  a  $N = 1$ .

V druhej  $2 \leq Z \leq 100$  a  $1 \leq N \leq 2$ .

V tretej až piatej sade platí  $2 \leq Z \leq 10^5$  a  $1 \leq N \leq 10^5$ .

## Príklady

vstup

```
4
2 2
2 3
3 4
47 47
```

výstup

```
3 4
7 8
40 81
932085956 875953683
```

*V prvej realite Dávid večer zakope 3 zemiaky. Na prvý deň ich bude 6, Dávid štyri z nich vykope a predá. Z dvoch zvyšných zemiakov sa stanú štyri, a na druhý deň ich všetky vykope a predá. Po dvoch dňoch mu teda úspešne neostali žiadne zemiaky.*

*Ak by chcel dávid predávať zdvojnásobujúce zemiaky tri dni, musí zakopať aspoň 7 zemiakov, a pri siedmich mu to na práve tri dni vyjde, ak každý deň predá 8.*

## I: Isté veci máme radi

55 bodov

Hodobox má isté veci rád. Rád delí svoj čas na rekreačný a spánkový. Rád sčítava svoje body za úlohy na SPOJi. Rád chodí do nového roku, keď už nemusí písať dátumy do zošitov. Rád zneužíva svoju moc nad riešiteľmi ZENITu. Má rád číslo 47.

Dávid chce spraviť Hodoboxovi radosť, a umožniť mu robiť tieto aktivity naraz - delenie, sčítavanie, 2023kovanie, 47kovanie, umocňovanie.

Rozhodol sa Hodoboxovi darovať program, ktorý bude robiť všetky tieto veci.

A aby z toho nevynechal aj riešiteľov ZENITu, nechá tento darček pripraviť vás.

## Úloha

Postup:

Zoberieme rok 2023.

Umocníme ho na nejakú mocninu  $X$ .

Nájdeme všetky celočíselné delitele tohto čísla.  
Sčítame ich.  
Nájdeme zvyšok tohto súčtu po delení číslom 47.  
Tento zvyšok vypíšeme na výstup.  
Program čo toto zvládne submitneme.  
Získame body v ZENITE.

### Vstup a Výstup

V prvom riadku vstupu je číslo  $T$ , určujúce koľko krát si Hodobox chce spraviť radosť.  
V každom z ďalších  $T$  riadkov je jedno celé číslo  $X$  - mocninu, ktorú Hodobox túži použiť.  
Pre každé  $X$  vypíšete výsledok ako bol popísaný v úlohe, teda súčet všetkých deliteľov  $2023^X$ , modulo 47.  
V prvej sade  $T = 5$  a  $1 \leq X \leq 5$ .  
V druhej sade  $T = 50$  a  $1 \leq X \leq 50$ .  
V tretej sade  $T = 5$  a  $1 \leq X \leq 10000$ .  
V štvrtej sade  $T = 1$  a  $1 \leq X \leq 50000$ .  
V piatej sade  $T = 100$  a  $1 \leq X \leq 10^9$ .

### Príklady

vstup

3
1
2
3

výstup

12
3
3

$2023^2 = 4092529$ . Jeho delitelia sú 1, 7, 17, 49, 119, 289, 833, 2023, 4913, 14161, 34391, 83521, 240737, 584647, 4092529.  
Ich súčet je 5058237.  $5058237 = 107622 \cdot 47 + 3$ .

vstup

3
10
20
30

výstup

32
31
12

## J: Július Cézar

60 bodov

Július Cézar na svojich vojenských výpravách rád staval palisády. Typicky by mali mať všetky kmene tvoriace palisádu rovnakú výšku, pri dobýjaní jednej nemenovanej Gálskej dediny chcel však skúsiť inú stratégiu - mať rôzne výšky kmeňov, a usporiadať ich od najnižšej po najvyššiu. Aby to bolo estetické,  $i$ -ty kmeň by pritom mal byť aspoň  $i$  vymysľometrov vysoký.

Problém nastal v tom, že kmene sa opotrebovávajú, a tak ich raz za čas bolo treba vymeniť za iné...

### Úloha

Máme  $n$  čísel - výšky kmeňov vo vymysľometroch.

Chceme vedieť, či po zoradení od najmenšieho po najväčšie platí, že  $i$ -ty najnižší kmeň má aspoň  $i$  metrov.

Navyše budeme musieť  $q$  krát vymeniť nejaký kmeň za iný, a túto otázku si budeme klávať zakaždým. Tieto zmeny pretrvávajú (zahodené kmene nevraciam).

### Vstup a Výstup

V prvom riadku je číslo  $n$  - počet kmeňov v palisáde.

V druhom riadku je  $n$  oddelených celých čísel  $1 \leq v_i \leq n$  - výšky kmeňov.

V treťom riadku je číslo  $q$  - počet výmen, ktoré spravíme.

V každom z nasledujúcich  $q$  riadkov sú dve čísla  $1 \leq k, v \leq n$  označujúce, že  $k$ -ty kmeň (podľa poradia na vstupe) vymeníme za kmeň s výškou  $v$ .

Vypíšte  $q + 1$  riadkov, v každom ANO alebo NIE podľa toho, či sa dajú kmene zoradiť tak, aby  $i$ -ty z nich mal aspoň  $i$  vymysľometrov; v prvom riadku pre začiatočnú palisádu, v každom ďalšom po aplikovaní patričnej výmeny.

Sú štyri sady vstupov; v každej platí  $1 \leq n, q \leq 200\,000$ .

V prvej sade navyše platí  $n - v_i, n - v \leq 10$ .

## Príklady

vstup

```
5
3 1 4 2 5
3
3 3
4 4
5 4
```

výstup

```
ANO
NIE
ANO
NIE
```

Začiatočná palisáda je v pohode. Ak však kmeň s výškou 4 zmenšíme, štvrtý najnižší kmeň bude nižší ako 4, čo je zle. Keď potom získame kmeň výšky 4 namiesto 2, opäť je všetko v poriadku. Vymenením jediného kmeňu výšky 5 si to vzápätí pokazíme.

### K: Komplikovaná rekonštrukcia permutácie

70 bodov

Daná je postupnosť  $a_1, a_2, \dots$  celých čísel, inverzia je dvojica indexov  $i, j$  taká, že  $i < j$  ale  $a_i > a_j$ .

Permutácia rádu  $n$  je postupnosť  $p_1, \dots, p_n$  ktorá obsahuje každé číslo medzi 1 a  $n$  práve raz.

Daná je permutácia  $p$  a kladné celé číslo  $k$ , definujeme novú postupnosť  $q_1, \dots, q_{n-k+1}$  nasledovne: pre každé  $i$ , nech  $q_i$  je počet inverzií v postupnosti  $p_i, p_{i+1}, \dots, p_{i+k-1}$ .

Na príklad, nech  $p = (3, 1, 2, 5, 4)$  a  $k = 3$ . Potom:

- $q_1 = \text{inverzie}(3, 1, 2) = 2$
- $q_2 = \text{inverzie}(1, 2, 5) = 0$
- $q_3 = \text{inverzie}(2, 5, 4) = 1$

### Úloha

Na vstupe sú hodnoty  $n, k$ , postupnosť  $q$ , so zárukou, že pre dané dáta existuje aspoň jedna permutácia  $p$  z ktorej vznikne postupnosť  $q$ . Zrekonštruujte ľubovoľnú takú permutáciu.

### Vstup a výstup

Prvý riadok obsahuje čísla  $n$  a  $k$ .

Na druhom riadku sú hodnoty  $q_1, \dots, q_{n-k+1}$ .

Vypíšte jeden riadok s  $n$  medzerou oddelenými číslami: permutáciou  $p$ .

### Obmedzenia

Podúloha 1 (5 bodov):  $2 \leq n \leq 5, k = 2$ .

Podúloha 2 (10 bodov):  $2 \leq n \leq 5, 2 \leq k \leq n$ .

Podúloha 3 (10 bodov):  $2 \leq n \leq 1000, k = 2$ .

Podúloha 4 (30 bodov):  $5 \leq n \leq 1000, 2 \leq k \leq 6$ .

Podúloha 5 (10 bodov):  $2 \leq n \leq 100\,000, k = 2$ .

Podúloha 6 (30 bodov):  $2 \leq n \leq 100\,000, 2 \leq k \leq 6$ .

Podúloha 7 (5 bodov):  $2 \leq n \leq 200\,000, 2 \leq k \leq 9$ .

### Príklad

vstup

```
5 3
2 0 1
```

výstup

```
3 1 2 5 4
```

Toto je príklad ukázaný v zadaní.